

Aplikasi Matematika dalam Penentuan Arah Kiblat dengan Menggunakan *Spherical Trigonometry*

Nursyahfira¹, Lussy Midani Rizki²

^{1,2}Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Pahlawan Tuanku
Tambusai

e-mail: nursyahfira09@gmail.com

Abstrak

Matematika merupakan ilmu yang seringkali dianggap tentang ilmu yang hanya mempelajari rumus-rumus. Seiring dengan perkembangan ilmu matematika ternyata kajian trigonometri tidak hanya diterapkan dalam bidang datar saja tetapi juga dapat diterapkan dalam bangun ruang seperti bola. Penerapan konsep matematika dalam kehidupan sehari-hari misalnya penentuan arah kiblat, penentuan waktu salat dan penentuan kalender Hijriyah. Konsep trigonometri pada bola dikenal dengan sebutan trigonometri segitiga bola atau spherical trigonometri dan dapat digunakan dalam menentukan waktu salat dengan rumus-rumus segitiga bola menggunakan sudut yang dibentuk dari dua titik yang berada di atas bumi. Aplikasi spherical trigonometri dalam penentuan arah kiblat adalah dengan melakukan pengukuran arah kiblat tempat yang kita ingin menggunakan data-data seperti lintang dan bujur kota Mekah dan kota yang akan ditentukan arah kiblat nya.

Kata kunci: *Aplikasi Matematika, Penentuan Arah Kiblat, Spherical Trigonometry*

Abstract

Mathematics is often perceived as a science that solely deals with formulas. However, with the advancement of mathematical knowledge, it is evident that trigonometry is not only applicable in two-dimensional settings but also in three-dimensional structures, such as a sphere. The application of mathematical concepts in daily life includes determining the Qibla direction, calculating prayer times, and establishing the Hijri calendar. Trigonometry on a sphere is known as spherical trigonometry, and it can be utilized to calculate prayer times using formulas based on angles formed between two points above the Earth's surface. The application of spherical trigonometry in finding the Qibla direction involves measuring the direction of the desired location by using latitude and longitude data of both Mecca and the city for which the Qibla direction is sought.

Keywords : *Mathematical applications, determination of Qibla direction, spherical Trigonometry.*

PENDAHULUAN

Matematika merupakan ilmu yang sering kali dianggap abstrak, teoritis, dan hanya berbicara mengenai rumus-rumus saja. Padahal matematika merupakan salah satu ilmu pengetahuan yang sangat dekat dengan realitas kehidupan. Hal ini menunjukkan bahwa banyak sekali penerapan konsep matematika dalam kehidupan sehari-hari, misalnya penentuan arah kiblat, penentuan waktu shalat, dan penentuan kalender hijriah. Seiring dengan perkembangan ilmu matematika, ternyata kajian trigonometri tidak hanya diterapkan dalam bidang datar saja, tetapi juga dapat diterapkan dalam bangun ruang seperti bola (Andriyanto & Bella, 2021).

Konsep trigonometri pada bola dikenal dengan sebutan Trigonometri Segitiga Bola (Spherical Trigonometri). Konsep segitiga bola ini merupakan suatu cara untuk menentukan posisi benda langit pada suatu saat dari permukaan bumi. Demikian pula permasalahan arah dan jarak suatu tempat di muka bumi juga dapat ditentukan oleh ilmu ukur segitiga bola, dengan asumsi bahwa bentuk bumi seperti bola. Begitu juga dalam Islam, penentuan kalender hijriah, penentuan arah kiblat, dan penentuan waktu shalat ditentukan dengan metode hisab yang menggunakan konsep segitiga bola. Trigonometri segitiga bola (Spherical Trigonometry) dapat digunakan dalam menentukan waktu salat dengan rumus rumus segitiga bola menggunakan sudut yang dibentuk dari dua titik yang berada di atas bumi. Keberadaan bumi yang mendekati bentuk bola memudahkan penentuan dalam perhitungan jarak sudut suatu tempat. Trigonometri bola membahas sudut-sudut segitiga yang diaplikasikan pada bidang bola, serta berkaitan dengan posisi bumi, bulan, matahari. Saat ini trigonometri segitiga bola banyak digunakan dalam perhitungan arah kiblat, awal bulan qamariyah dan waktu salat (Rahmawati et al., 2021).

Di dalam tulisan ini, penulis akan membahas tentang rumus trigonometri yang digunakan dalam ilmu ukur segitiga bola (spherical trigonometri) dan rumus untuk menentukan arah kiblat.

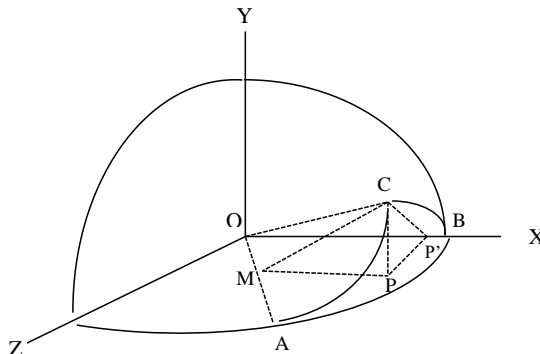
METODE

Agar mudah dalam menyelesaikan permasalahan dalam makalah ini, penulis menggunakan metode studi kepustakaan, jurnal dan konsultasi kepada dosen pembimbing serta dosen pengampu yang bersangkutan untuk memudahkan penulis dalam menyelesaikan permasalahan dalam makalah ini.

HASIL DAN PEMBAHASAN

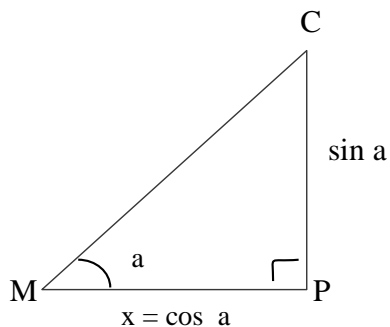
Spherical Trigonometry dalam Menentukan Arah Kiblat

Spherical Trigonometry (segitiga bola) adalah segitiga pada permukaan bola, Sisi-sisi segitiga bola merupakan busur lingkaran besar dan sudut bola adalah sudut yang dibentuk oleh perpotongan dua busur lingkaran besar pada permukaan bola. Konsep segitiga bola banyak digunakan dalam astronomi, bola bumi dan bola langit yang paling sering dibicarakan sehubungan dengan keperluan praktis sehari-hari, seperti dalam penentuan arah kiblat (Faizah, 2020).

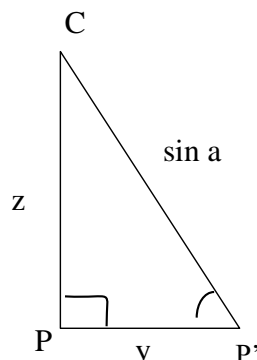


Gambar 1. Segitiga Bola ABC

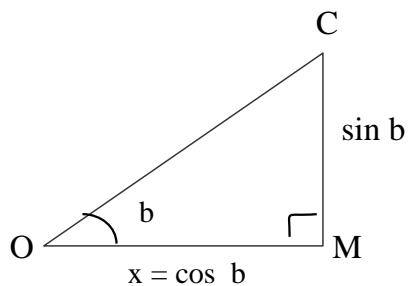
Gambar diatas adalah segitiga bola ABC dengan O pusat bola yang berjari-jari 1 satuan. Sisi a, b, dan c masing-masing sisi segitiga bola didepan sudut bola A, B, dan C.



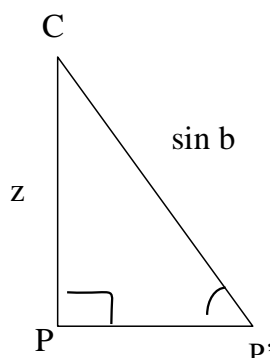
Gambar (a)



Gambar (b)

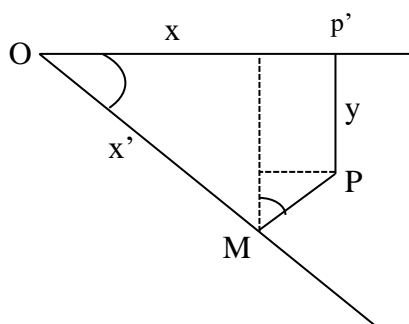


Gambar (c)



Gambar (d)

1. Rumus Cosinus



Dari gambar diatas di dapat:

$$x = x' \cos c + y' \sin c \dots (1)$$

$$y = x' \sin c - y' \cos c \dots (2)$$

Sibstitusikan x , x' dan y' pada (1) akan di dapat rumus cosinus :

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \dots (3)$$

Dengan cara yang sama, didapat:

$$\cos b = \cos a \cos c + \sin a \sin c \cos B \dots (4)$$

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C \dots (5)$$

Demikian juga, substitusi x' , y dan y' pada (2) akan didapat:

$$\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A \dots (6)$$

Dengan cara yang sama, didapat:

$$\sin a \cos C = \cos c \sin b - \sin c \cos b \cos A \dots (7)$$

$$\sin b \cos A = \cos a \sin c - \sin a \cos b \cos B \dots (8)$$

$$\sin b \cos C = \cos c \sin a - \sin c \cos a \cos B \dots (9)$$

$$\sin c \cos A = \cos a \sin a - \sin a \cos b \cos C \dots (10)$$

$$\sin c \cos B = \cos b \sin a - \sin b \cos a \cos C \dots (11)$$

2. Rumus Sinus

Perhatikan gambar (b) dan (d) bahwa $z = \sin a \sin B$ dan $z = \sin b \sin A$, sehingga didapat

$$\sin a \sin B = \sin b \sin A \text{ atau } \frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b}$$

Dengan cara yang sama, didapat:

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin C}{\sin c} \text{ sehingga } \frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c} \dots (12)$$

Dengan menggunakan pembuktian rumus cosinus, maka pembuktian rumus arah kiblat yaitu:

$$\cos B = \frac{\cos b \sin a - \sin b \cos a \cos C}{\sin c}, \text{ selanjutnya bagi kedua ruas dengan } \sin B$$

$$\frac{\cos B}{\sin B} = \frac{\cos b \sin a - \sin b \cos a \cos C}{\sin c \sin B}$$

Substitusi (rumus sinus) $\sin B = \frac{\sin b \sin C}{\sin c}$, sehingga didapat :

$$\cot B = \frac{\cos b \sin a - \sin b \cos a \cos C}{\sin c \frac{\sin b \sin C}{\sin c}}$$

Sehingga diperoleh rumus untuk menentukan arah kiblat yaitu:

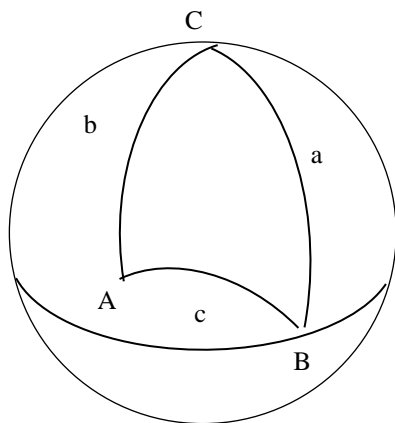
$$\cot B = \frac{\cos b \sin a - \sin b \cos a \cos C}{\sin b \sin C}$$

Dalam melakukan perhitungan arah kiblat diperlukan alat hitung yang berupa kalkulator. Karena kaidah-kaidah ilmu ukur segitiga bola, sehingga untuk mempermudah proses perhitungan hendaknya menggunakan kalkulator *scientific*, karena jenis kalkulator ini mempunyai fungsi:

- Mempunyai mode derajat (DEG) dan satuan derajat ($^{\circ} ' ''$)
- Mempunyai fungsi sinus, cos dan tan beserta perubahannya.

- c. Mempunyai fungsi pembalikan pembilang dan penyebut biasanya dengan tanda $1/x$. fungsi ini sangat penting untuk mendapatkan nilai cotan ($1/\cos$) dan cosec($1/\sin$).
- d. Mempunyai fungsi memori, biasanya bertanda Min dan MR.
- e. Mempunyai fungsi minus, biasanya bertanda + / -

Sedangkan data yang diperlukan untuk menentukan arah kiblat dengan menggunakan rumus yang sudah diuraikan sebelumnya, yaitu:



Gambar 2. Segitiga bola

Keterangan:

C = kutub utara

B = kota yang dicari arah kiblatnya

A = kota Mekah

a = meridian yang melintasi kota B

b = meridian yang melewati kota Mekah

c = bujur yang menghubungkan kota B dengan kota Mekah (A)

1. Titik A, terletak di Ka'bah ϕ (lintang) = $21^{\circ} 25' 25''$ (LU) dan λ (bujur) = $39^{\circ} 49' 39''$ (BT).
2. Titik B, terletak di lokasi yang akan dihitung arah kiblatnya.
3. Titik C, terletak di kutub utara.

Menurut (Khazin, 2004) unsur-unsur yang diperlukan dalam penggunaan rumus arah kiblat tersebut, adalah :

1. Jarak antara titik kutub utara sampai garis lintang yang melewati tempat/kota yang dihitung arah kiblatnya, sehingga dapat dirumuskan :

$a = 90^\circ - \phi$ (90° adalah nilai yang di hitung dari garis khatulistiwa sampai ke titik Utara bumi/kutub Utara).

2. Jarak antara titik kutub utara sampai garis lintang yang melewati ka'bah ($\lambda = 21^\circ 25' 25''$) sehingga dapat dirumuskan:

$$b = 90^\circ - 21^\circ 25' 25'' \text{ (sisi b ini nilainya tetap, yaitu } 68^\circ 34' 35'' \text{)}$$

3. Jarak bujur, yakni jarak antara bujur tempat yang dihitung arah kiblatnya dengan bujur Ka'bah ($39^\circ 49' 39''$ BT), sehingga:

a. Jika $\lambda = 00^\circ 00' 00''$ s/d $39^\circ 49' 39''$ BT maka $C = 39^\circ 49' 39'' - \lambda$

b. Jika $\lambda = 39^\circ 49' 39''$ s/d $180^\circ 00' 00''$ BT maka $C = \lambda - 39^\circ 49' 39''$

c. Jika $\lambda = 00^\circ 00' 00''$ s/d $140^\circ 10' 21''$ BB maka $C = (\lambda) + 39^\circ 49' 39''$

d. Jika $\lambda = 140^\circ 10' 21''$ s/d $180^\circ 00' 00''$ BB maka $C = 320^\circ 10' 21'' - (\lambda)$.

Dalam hal ini, penulis memaparkan contoh penentuan arah kiblat dengan menggunakan Spherical Trigonometri di suatu daerah, misalnya menentukan arah kiblat Kabupaten Kampar. Adapun perhitungan dengan rumus Spherical Trigonometri adalah sebagai berikut:

Diketahui:

A = Mekkah $\rightarrow \phi = 21^\circ 25' 25''$ (LU) , $\lambda = 39^\circ 49' 39''$ (BT).

B = Lokasi $\rightarrow \phi = 00^\circ 27' 00''$ (LS) , $\lambda = 101^\circ 14' 30''$ (BT).

C = $|\lambda b - \lambda a| == | 101^\circ 14' 30'' - 39^\circ 49' 39'' | = 61^\circ 24' 51''$

$$a = (90^\circ - \phi) = 90^\circ - 00^\circ 27' 00'' = 89^\circ 33' 0''$$

$$b = (90^\circ - \phi_k) = 90^\circ - 21^\circ 25' 25'' = 68^\circ 34' 35''$$

c didapat dari:

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C$$

$$\cos c = \cos (89^\circ 33' 0'') \cos (68^\circ 34' 35'') + \sin (89^\circ 33' 0'')$$

$$\sin (68^\circ 34' 35'') \cos (61^\circ 24' 51'')$$

$$\cos c = (0,0078539008887)(0,365260433653) +$$

$$(0,9999691576448)(0,9309053741426)(0,4784747576497)$$

$$\cos c = 0,0028687192445 + 0,4454009856486$$

$$= 0,4482697048931$$

$$c = \arccos(0,4482697048931)$$

$$c = 1,10597 = 63^\circ 22' 2''$$

Langkah selanjutnya adalah memasukkan nilai-nilai yang telah didapatkan diatas ke dalam rumus segitiga bola yang akan digunakan. Rumus cos dan rumus sin, untuk mendapatkan besar sudut arah kiblat (B).

Dengan rumus cosinus:

$$\cos b = \cos a \cos c + \sin a \sin c \cos B$$

$$\cos B = \frac{\cos b - \cos a \cos c}{\sin a \sin c}$$

$$\cos B = \frac{\cos(68^{\circ} 34' 35'') - \cos(89^{\circ} 33' 0'') \cos(63^{\circ} 22' 2'')}{\sin(89^{\circ} 33' 0'') \sin c(63^{\circ} 22' 2'')}$$

$$\cos B = \frac{0,3652604433653 - (0,007853900887)(0,4482705424248)}{(0,9999691576448)(0,8938979364526)}$$

$$\cos B = \frac{0,3617397709545}{0,8938703665349}$$

$$\cos B = 0,404689297797$$

$$B = \arccos(0,404689297797) = 1,15416 = 66^{\circ} 7' 42''.$$

$B = 66^{\circ} 7' 42''$ ditarik dari arah utara ke barat merupakan arah kiblat di kabupaten Kampar. Dengan azimuth kiblat $= (360^{\circ} - 66^{\circ} 7' 42'') = 293^{\circ} 52' 18''$.

Barat ke utara yaitu: $90^{\circ} - 66^{\circ} 7' 42'' = 23^{\circ} 52' 18''$

Barat ke selatan yaitu: $23^{\circ} 52' 18'' + 90^{\circ} = 113^{\circ} 52' 18''$

Setelah memperoleh hasil perhitungan arah kiblat maka langkah selanjutnya yaitu dilakukan pengukuran di lapangan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

- Menentukan arah mata angin (utara, selatan, barat dan timur) dengan menggunakan bantuan GPS (Global Position System)
- Membuat garis arah utara selatan di tempat yang benar-benar datar, sepanjang 100 cm (katakanlah titik A dan B)
- Tarik garis dari titik A sesuai arah yang dicari ke titik C tegak lurus pada garis U-S.
- Panjang garis AC dapat dicari dengan rumus:

$$\tan B = AC/AB$$

$$AC = \tan B \times AB$$

$$\begin{aligned} AC &= \tan 66^{\circ} 7' 42'' \times 100 \text{ cm} \\ &= 2,25964 \times 100 \text{ cm} \\ &= 225 \text{ cm} \end{aligned}$$

Tarik garis yang menghubungkan titik B dengan titik C sehingga menjadi garis BC. Sehingga inilah yang menjadi arah kiblat setempat.

SIMPULAN

Aplikasi spherical trigonometri dalam penentuan arah kiblat ini adalah dengan melakukan pengukuran arah kiblat tempat yang kita inginkan menggunakan data-data seperti lintang dan bujur kota Makkah dan kota yang akan di tentukan arah kiblatnya, kemudian dari data-data tersebut kita masukkan ke dalam rumus spherical trigonometri yang sudah dibuktikan pada pembahasan, yakni:

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terimakasih ditujukan kepada seluruh pihak yang telah berkontribusi dalam menyusun artikel ini.

DAFTAR PUSTAKA

- Andriyanto, & Bella, C. (2021). Peran Ilmu Matematika dalam Sejarah Peradaban Islam. *Duniailmu.Org*, 1(3), 1–11.
- Faizah, S. (2020). *Aplikasi Matematika dalam Penentuan Arah Kiblat dengan Menggunakan Spherical Trigonometri*. 311–321.
- Khazin, M. (2004). *Ilmu falak dalam teori dan praktek* (1st ed.). Buana Pustaka.
- Rahmawati, A. N. E., Rusdiana, Y., & Ilmadi. (2021). Trigonometri Segitiga Bola Dalam Penentuan Waktu Salat. *Jurnal Sainatika UNPAM*, 4(1), 90–107.