

Optimasi Jumlah Produksi Roti Dengan Menggunakan Metode Algoritma Karmarkar Pada Fandra Bakery

Tri Santi Nurul Hayatullah¹, Dewi Murni²

¹²Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan
Alam, Universitas Negeri Padang
e-mail: trisantinurulhayatullah@gmail.com

Abstrak

Usaha Fandra Bakery merupakan salah satu industri kecil dan menengah di Kota Padang. Usaha ini memproduksi lima varian roti yaitu: roti kelapa susu, roti kacang hijau, roti coklat, dan roti manis. Tujuan penelitian ini adalah untuk menghitung jumlah produksi optimal roti Fandra Bakery dengan metode algoritma Karmarkar. Berdasarkan hasil penelitian dengan menggunakan metode algoritma Karmarkar diperoleh jumlah produksi optimal dari roti kelapa susu sebanyak 350 bungkus, roti kacang hijau sebanyak 320 bungkus, roti coklat sebanyak 400 bungkus, roti keju susu sebanyak 400 bungkus dan roti manis sebanyak 354 bungkus dengan keuntungan maksimal sebesar Rp 1.984.700. sedangkan keuntungan dengan metode manual diperoleh sebesar Rp 1.774.761,3 pada Fandra Bakery, sehingga terdapat selisih antara perhitungan Fandra Bakery dan perhitungan dengan menggunakan algoritma Karmarkar sebesar Rp 209.939,4.

Kata Kunci: *Optimasi, Program Linear, Algoritma Karmarkar, Fandra Bakery*

Abstract

Fandra Bakery is one of the small and medium industries in Padang City. The business produces five variants of bread, namely: coconut milk bread, green bean bread, chocolate bread, and sweet bread. The purpose of this research is to calculate the optimal production amount of Fandra Bakery bread using the Karmarkar algorithm method. Based on the results of research using the Karmarkar algorithm method, the optimal production amount of milk coconut bread is 350 packs, green bean bread is 320 packs, chocolate bread is 400 packs, milk cheese bread is 400 packs and sweet bread is 354 packs with a maximum profit of Rp 1,984,700. while the profit with the manual method is obtained at Rp 1,774,761.3 at Fandra Bakery, so there is a difference between the calculation of Fandra Bakery and the calculation using the Karmarkar algorithm of Rp 209,939.4.

Keywords: *Optimization, Linear Programming, Karmarkar Algorithm, Fandra Bakery*

PENDAHULUAN

Industri makanan merupakan salah satu sektor ekonomi yang terus berkembang sampai saat ini. Industri makanan memiliki peran penting dalam memenuhi kebutuhan makanan sehari-hari. Industri roti merupakan salah satu bagian dari industri makanan yang memanfaatkan tepung terigu sebagai bahan baku utama dalam proses produksinya (Saputra et al., 2022). Roti adalah salah satu makanan yang sangat digemari, baik sebagai sarapan, cemilan, maupun pengganti nasi dalam hidangan sehari-hari.

Usaha Fandra *Bakery* merupakan salah satu industri kecil dan menengah di Kota Padang yang bergerak dibidang produksi makanan yaitu roti. Produk yang diproduksi pada Fandra *Bakery* yaitu roti kelapa susu, roti kacang hijau, roti coklat, roti keju susu dan roti manis. Usaha ini dalam melakukan proses produksi masih berdasarkan ketersediaan bahan baku. Dalam sekali produksi, Fandra *Bakery* dapat menghasilkan 2.000 bungkus roti, akan tetapi jumlah ini belum dapat dipastikan sebagai jumlah yang optimal dari segi biaya, waktu dan sumber daya yang digunakan karena masih terdapatnya kekurangan atau kelebihan produksi.

Oleh karena itu, Fandra *Bakery* membutuhkan perencanaan jumlah produksi dengan mengoptimalkan penggunaan sumber daya untuk meningkatkan keuntungan. Suatu perusahaan harus mengambil keputusan untuk memperoleh hasil yang optimum, dimana keputusan tersebut dapat memaksimalkan keuntungan atau meminimumkan biaya produksi. Dengan menggunakan Teknik optimasi, perusahaan dapat mengidentifikasi kombinasi yang optimal dari bahan baku, tenaga kerja dan waktu produksi untuk mencapai output maksimum dengan biaya minimum (Asmayanti, 2021). Optimasi merupakan suatu teknik dalam penyelesaian terhadap sebuah persoalan yang menghasilkan suatu hasil yang optimal (Sarisa & Murni, 2022). Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mencapai optimasi produksi adalah dengan menggunakan pendekatan program linear. Dalam konteks produksi dapat dijelaskan sebagai program linear karena keuntungan, faktor-faktor produksi dan produk yang dihasilkan memiliki hubungan yang linear. Program linear merupakan suatu metode matematis untuk menentukan suatu penyelesaian optimal dengan cara memaksimalkan atau meminimumkan fungsi tujuan terhadap suatu kendala (Siswanto, 2006).

Umumnya masalah program linear dapat diselesaikan dengan menggunakan metode grafik dan metode simpleks. Namun, ketika dihadapkan dengan variabel dan kendala yang banyak, metode simpleks terkadang kurang efisien karena memerlukan waktu yang cukup lama dan terkadang bisa terjadi kekeliruan perhitungan (Prihandono et al., 2014). Alternatif untuk penyelesaian permasalahan program linear yang memiliki variabel dan kendala yang banyak adalah algoritma Karmarkar. Algoritma Karmarkar dikembangkan oleh Narendra Karmarkar pada tahun 1984 (Rusdiana, 2011). Gagasan dari metode ini adalah memulai dengan mengambil titik interior dalam daerah fisibel. Daerah fisibel adalah daerah yang memenuhi dari fungsi kendala (Indriani & Suyitno,

2013). Pada algoritma Karmarkar, masalah program linear dapat ditulis dalam bentuk sebagai berikut (Basriati & Safitri, 2014):

$$\text{Optimum } Z = c^T x$$

dengan kendala

$$Ax = b$$

$$x \geq 0$$

keterangan:

c^T : Matriks koefisien fungsi tujuan berukuran $1 \times n$

x : Variabel keputusan berukuran $1 \times n$

A : Matriks koefisien fungsi kendala berukuran $m \times n$

b : konstanta fungsi kendala berukuran $m \times 1$

Langkah-langkah menyelesaikan program linear dengan menggunakan algoritma Karmarkar adalah sebagai berikut (Hillier & Lieberman, 2015):

1) Memilih titik interior (*interior point*)

$$x^k = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

dengan x merupakan variabel keputusan. Kemudian dibentuk matriks diagonal D_1

dengan titik awal solusi $x^0 = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$

$$D_1 = \begin{bmatrix} x_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_2 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & x_n \end{bmatrix}$$

dengan,

k : banyak iterasi

Substitusikan $x^0 = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ pada fungsi tujuan sehingga diperoleh Z_0 atau iterasi awal.

2) Menentukan matriks koefisien kendala dan fungsi tujuan yang baru

$$\tilde{A}_{k+1} = AD_{k+1}$$

dan

$$\tilde{C}_{k+1} = D_{k+1}C$$

dengan,

$\tilde{A}_{k+1}$: Matriks koefisien baru dari fungsi kendala

$\tilde{C}_{k+1}$: Matriks koefisien baru dari fungsi tujuan

3) Menentukan matriks proyeksi

$$P_{k+1} = I - \tilde{A}_{k+1}^T (\tilde{A}_{k+1} \tilde{A}_{k+1}^T)^{-1} \tilde{A}_{k+1}$$

dengan,

P_{k+1} : Matriks proyeksi

I : Matriks identitas

4) Menentukan *project gradient*

$$C_{p_{k+1}} = P_{k+1} \tilde{C}_{k+1}$$

dan

$$v_{k+1} = |C_{p_{k+1}}|$$

dengan,

v : Nilai absolut minimum dari $C_{p_{k+1}}$

- 5) Menentukan penyelesaian percobaan koordinat titik baru

$$\tilde{x}^{k+1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{\alpha}{v_{k+1}} C_{p_{k+1}}$$

- 6) Menentukan nilai interior untuk iterasi berikutnya

$$x^{k+1} = D\tilde{x}^{k+1}$$

- 7) Proses iterasi berhenti apabila memenuhi kriteria yaitu $Z(x^{k+1}) \leq Z(x^k)$

METODE

Penelitian ini merupakan penelitian terapan dengan jenis data yang digunakan adalah data primer. Data primer merupakan data yang diperoleh melalui wawancara dengan pemilik *Fandra Bakery*. Metode pengambilan data yang dilakukan dalam penelitian ini adalah dengan cara dokumentasi dan wawancara yang dilakukan oleh peneliti dengan pemilik *Fandra Bakery*. Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

- 1) Melakukan studi pendahuluan ke *Fandra Bakery* untuk mengidentifikasi permasalahan.
- 2) Melakukan pengambilan data yang terdiri dari data jenis produk, bahan baku yang digunakan, persediaan bahan baku, jumlah kapasitas produksi dan waktu produksi.
- 3) Menentukan variabel keputusan. Pada penelitian ini, variabel keputusan yang dipilih adalah 5 varian roti.
- 4) Menentukan fungsi tujuan. Pada penelitian ini, tujuan yang ingin dicapai oleh *Fandra Bakery* adalah memaksimalkan keuntungan.
- 5) Menentukan fungsi kendala. Pada penelitian ini, fungsi kendala yang ditentukan adalah bahan baku pembuatan roti dalam sekali produksi, waktu pembuatan roti dan kapasitas produksi maksimal.
- 6) Menyelesaikan permasalahan pada *Fandra Bakery* dengan menggunakan algoritma Karmarkar hingga diperoleh jumlah produksi roti yang optimal dan keuntungan yang maksimal.
- 7) Menarik kesimpulan dari perhitungan yang telah dilakukan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Melakukan Pengambilan Data

Sebelum melakukan proses produksi, terdapat bahan baku yang digunakan untuk memproduksi setiap jenis produk. Adapun bahan baku yang digunakan dalam proses produksi dan persediaan bahan baku dalam satu minggu dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Data Bahan Baku dan Persediaan Bahan Baku

No	Bahan Baku	Jenis Produk					Persediaan perminggu	Satuan
		Roti Kelapa Susu	Roti Kacang Hijau	Roti Coklat	Roti Keju Susu	Roti Manis		
1.	Tepung terigu	25	25	25	25	131,6	200.000	Gram
2.	Gula	6	12,25	6	6	31,6	48.000	Gram
3.	Mentega	4,5	4,5	4,5	4,5	23,7	15.000	Gram
4.	Garam	0,002	0,002	0,002	0,002	0,01	50	Gram
5.	Ragi Instan	0,25	0,25	0,25	0,25	1,3	2.000	Gram
6.	Susu Cair	0,37	0,37	0,37	0,37	1,9	2.960	Gram
7.	Telur	0,3	0,3	0,3	0,3	1,7	1.650	Gram
8.	Air	15	15	15	15	78,9	95.000	ml
9.	Kelapa	50	0	0	0	0	17.500	Gram
10.	Kacang Padi	0	12,5	0	0	0	4.000	Gram
11.	Coklat	0	0	25	0	0	20.000	Gram
12.	Minyak Goreng	0	0	2,5	0	0	2.000	Gram
13.	Keju	0	0	0	5	0	4.000	Gram

Proses pembuatan roti dimulai dari pembuatan adonan yang membutuhkan waktu sekitar 1 jam. Adapun waktu yang diperlukan dalam proses pemanggangan roti dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Waktu Proses Pemanggangan Roti

No	Varian Roti	Waktu Pemanggangan	Maksimum Waktu Pemanggangan	Satuan
1.	Roti Kelapa Susu	0,3	1.620	Detik
2.	Roti Kacang Hijau	0,3		
3.	Roti Coklat	0,3		
4.	Roti Keju Susu	0,3		
5.	Roti Manis	0,67		

Adapun jumlah produksi maksimal dari setiap varian roti dapat dilihat pada Tabel 3

Tabel 3. Kapasitas Produksi

No	Varian Roti	Jumlah Produksi Maksimal
1.	Roti Kelapa Susu	400 Bungkus
2.	Roti Kacang Hijau	400 Bungkus
3.	Roti Coklat	400 Bungkus
3.	Roti Keju Susu	400 Bungkus
5.	Roti Manis	380 Bungkus

Berdasarkan data yang telah didapatkan, maka keuntungan yang diperoleh dari setiap varian roti Fandra Bakery dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4. Keuntungan Produk per Bungkus

No	Varian Roti	Harga Jual	Biaya Produksi	Keuntungan
1.	Roti Kelapa Susu	Rp 2.000	Rp 1.218,1	Rp 781,9
2.	Roti Kacang Hijau	Rp 2.000	Rp 1.155,5	Rp 844,5
3.	Roti Coklat	Rp 2.000	Rp 1.260,5	Rp 739,5
4.	Roti Keju Susu	Rp 2.000	Rp 1.230,5	Rp 769,5
5.	Roti Manis	Rp 5.000	Rp 2.634,9	Rp 2.365,1

B. Model Masalah Optimasi Produksi pada Fandra Bakery

Sebelum menentukan solusi optimal, maka langkah awal yaitu membentuk model matematis dari permasalahan Fandra Bakery dengan langkah sebagai berikut:

1) Menentukan variabel keputusan

- x_1 : jumlah produksi roti kelapa susu
- x_2 : jumlah produksi roti kacang hijau
- x_3 : jumlah produksi roti coklat
- x_4 : jumlah produksi roti keju susu
- x_5 : jumlah produksi roti manis

2) Menentukan fungsi tujuan

Agar memberikan keuntungan yang maksimal dari setiap produk yang diproduksi, maka berdasarkan Tabel 4, fungsi tujuannya adalah sebagai berikut:

Maksimumkan:

$$Z = 781,9x_1 + 844,5x_2 + 739,5x_3 + 769,5x_4 + 2.365,1x_5$$

3) Menentukan fungsi kendala

Perumusan fungsi kendala diperoleh dari data bahan baku, waktu proses produksi dan kapasitas produksi sebagai berikut:

Kendala bahan baku:

- Tepung : $25x_1 + 25x_2 + 25x_3 + 25x_4 + 131,6x_5 \leq 200.000$
- Gula : $6x_1 + 12,25x_2 + 6x_3 + 6x_4 + 31,6x_5 \leq 48.000$
- Mentega : $4,5x_1 + 4,5x_2 + 4,5x_3 + 4,5x_4 + 23,7x_5 \leq 15.000$
- Garam : $0,002x_1 + 0,002x_2 + 0,002x_3 + 0,002x_4 + 0,01x_5 \leq 50$
- Ragi Instan : $0,25x_1 + 0,25x_2 + 0,25x_3 + 0,25x_4 + 1,3x_5 \leq 2.000$
- Susu Cair : $0,37x_1 + 0,37x_2 + 0,37x_3 + 0,37x_4 + 1,9x_5 \leq 2.960$
- Telur : $0,3x_1 + 0,3x_2 + 0,3x_3 + 0,3x_4 + 1,7x_5 \leq 1.625$
- Air : $15x_1 + 15x_2 + 15x_3 + 15x_4 + 78,9x_5 \leq 95.000$
- Kelapa : $50x_1 \leq 17.500$
- Kacang Padi : $12,5x_2 \leq 4.000$
- Coklat : $25x_3 \leq 20.000$
- Minyak Goreng : $2,5x_3 \leq 2.000$
- Keju : $5x_4 \leq 4.000$

Kendala waktu produksi:

Proses pembuatan adonan : $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 3.600$

Proses pemanggang : $0,3x_1 + 0,3x_2 + 0,3x_3 + 0,3x_4 + 0,67x_5 \leq 1.620$

Kendala kapasitas produksi maksimal:

Jumlah produksi roti kelapa susu : $x_1 \leq 400$

Jumlah produksi roti kacang hijau : $x_2 \leq 400$

Jumlah produksi roti coklat : $x_3 \leq 400$

Jumlah produksi roti keju susu : $x_4 \leq 400$

Jumlah produksi roti manis : $x_5 \leq 380$

- 4) Mengubah fungsi tujuan dan fungsi kendala ke bentuk standar pogram linear kemudian diubah ke dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$C = \begin{bmatrix} 781,9 \\ 844,5 \\ 739,5 \\ 769,5 \\ 2.365,1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ \vdots \\ x_{25} \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 200.000 \\ 48.000 \\ 15.000 \\ 50 \\ 2.000 \\ \vdots \\ 380 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 25 & 25 & 25 & 25 & 131,6 & \dots & 0 \\ 6 & 12,25 & 6 & 6 & 31,6 & \dots & 0 \\ 4,5 & 4,5 & 4,5 & 4,5 & 23,7 & \dots & 0 \\ 0,002 & 0,002 & 0,002 & 0,002 & 0,01 & \dots & 0 \\ 0,25 & 0,25 & 0,25 & 0,25 & 1,3 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

C. Menentukan Produksi Optimal Roti Fandra Bakery dengan Menggunakan Metode Algoritma Karmarkar

Dalam menentukan produksi optimal dari setiap varian roti Fandra Bakery dilakukan dengan menerapkan algoritma Karmarkar. Kriteria pemberhentian proses iterasi pada algoritma Karmarkar yaitu $Z(x^{k+1}) \leq Z(x^k)$. Nilai interior proses penyelesaian menggunakan algoritma Karmarkar dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5. Nilai Interior dan Nilai Z Tiap Iterasi

Iterasi 0	Iterasi 1	Iterasi 2	Iterasi 3	Iterasi 4
$x^0 = \begin{bmatrix} 200 \\ 200 \\ 200 \\ 200 \\ 190 \\ \vdots \\ 190 \end{bmatrix}$	$x^1 = \begin{bmatrix} 240.66 \\ 235.01 \\ 264.53 \\ 271.35 \\ 370.49 \\ \vdots \\ 9.5055 \end{bmatrix}$	$x^2 = \begin{bmatrix} 305.25 \\ 286.72 \\ 375.64 \\ 385.72 \\ 372.43 \\ \vdots \\ 7.5679 \end{bmatrix}$	$x^3 = \begin{bmatrix} 323.66 \\ 303.3 \\ 380.36 \\ 387.84 \\ 367.83 \\ \vdots \\ 12.169 \end{bmatrix}$	$x^4 = \begin{bmatrix} 348.69 \\ 317.04 \\ 393.25 \\ 393.52 \\ 356.96 \\ \vdots \\ 23.041 \end{bmatrix}$

$Z(x^0)$ = 1.076.449	$Z(x^1)$ = 1.667.308	$Z(x^2)$ = 1.936.242	$Z(x^3)$ = 1.958.880	$Z(x^4)$ = 1.978.249
-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------

Iterasi 5 $x^5 = \begin{bmatrix} 348.95 \\ 318.64 \\ 399.32 \\ 399.66 \\ 354.32 \\ \vdots \\ 25.684 \end{bmatrix}$ $Z(x^5)$ = 1.982.773	Iterasi 6 $x^6 = \begin{bmatrix} 349.6 \\ 319.94 \\ 399.56 \\ 399.72 \\ 353.97 \\ \vdots \\ 26.037 \end{bmatrix}$ $Z(x^6)$ = 1.983.775	Iterasi 7 $x^7 = \begin{bmatrix} 349.97 \\ 319.95 \\ 399.95 \\ 399.87 \\ 353.85 \\ \vdots \\ 26.156 \end{bmatrix}$ $Z(x^7)$ = 1.984.193	Iterasi 8 $x^8 = \begin{bmatrix} 349.98 \\ 319.98 \\ 399.97 \\ 399.98 \\ 353.82 \\ \vdots \\ 26.189 \end{bmatrix}$ $Z(x^8)$ = 1.984.255	Iterasi 9 $x^9 = \begin{bmatrix} 349.82 \\ 320 \\ 400 \\ 399.98 \\ 353.81 \\ \vdots \\ 26.202 \end{bmatrix}$ $Z(x^9)$ = 1.984.145
--	---	--	--	--

Pada Tabel 5 dapat dilihat bahwa kriteria pemberhentian terpenuhi pada iterasi ke-9 yaitu $Z(x^9) \leq Z(x^8)$. Dengan menggunakan algoritma Karmarkar diperoleh jumlah produksi optimal adalah 350 bungkus roti kelapa susu, 320 bungkus roti kacang hijau, 400 bungkus roti coklat, 400 bungkus roti keju susu dan 354 bungkus roti manis dengan keuntungan maksimal sebesar Rp 1.984.700.

SIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan pada penelitian ini, disimpulkan bahwa jumlah produksi pada Fandra Bakery belum optimal. Hasil perhitungan dengan menggunakan metode algoritma Karmarkar diperoleh jumlah produksi optimal adalah 350 bungkus roti kelapa susu, 320 bungkus roti kacang hijau, 400 bungkus roti coklat, 400 bungkus roti keju susu dan 354 bungkus roti manis dengan keuntungan maksimal sebesar Rp 1.984.700. Sedangkan perhitungan keuntungan yang dilakukan dengan metode manual diperoleh sebesar Rp 1.774.761,3 pada Fandra Bakery. Sehingga terdapat selisih antara keuntungan pada perhitungan Fandra Bakery dan keuntungan dengan menggunakan metode algoritma Karmarkar sebesar Rp 209.939,4.

DAFTAR PUSTAKA

- Asmayanti, N. (2021). *Optimasi Keuntungan Produksi Kue Dengan Menggunakan Linear Programming Metode Simpleks Pada Usaha Barokah Di Baebunta Kabupaten Luwu Utara*. Institut Agama Islam Negeri Palopo.
- Basriati, S., & Safitri, E. (2014). Penyelesaian Program Linear Menggunakan Algoritma Interior Point dan Metode Simpleks. *Prosiding Seminar Nasional Dan Kongres IndoMS Wilayah Sumatera Bagian Tengah*, 196–205.
- Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2015). *Introduction to Operation Research*. McGraw-Hill Education.
- Indriani, D. R., & Suyitno, H. (2013). Analisis Metode Karmarkar Untuk Menyelesaikan Masalah Program Linier Info Artikel. In *Jurnal MIPA* (Vol. 36, Issue 1). <http://journal.unnes.ac.id/nju/index.php/JM>

- Prihandono, B., Habibullah, M., Noviani, E., Hadari Nawawi, J. H., & Barat, K. (2014). Metode Karmarkar Sebagai Alternatif Penyelesaian Masalah Pemrograman Linear. In *Jurnal Matematika Murni dan Terapan Epsilon Juni* (Vol. 8, Issue 1).
- Rusdiana, S. (2011). *Penyelesaian Program Linear Menggunakan Metode Karmarkar*. Universitas Brawijaya.
- Saputra, M. A., Christoporus, & Arfah, S. Y. C. (2022). Strategi Pengembangan Usaha Roti Pada Industri Rumah Tangga Az-Zikir Di Kota Palu. *E-J. Agrotekbis*, 10(5), 755–762.
- Siswanto. (2006). *Operation Research Jilid 1*. Erlangga.