

Analisis Kesalahan Mahasiswa Unimed dalam Menyelesaikan Materi Operasi Biner dan Grup

Sri Lestari Manurung¹, Bunga Aulia Syafira Mulita², Fiha Mawaddah³, Putri Wulandari⁴

^{1,2,3,4} Universitas Negeri Medan

e-mail: sri_lestarimanurung@unimed.ac.id¹, bungamulita1@gmail.com²,
fihamawaddah12@gmail.com³, putriwulandari222980@gmail.com⁴

Abstrak

Analisis ini dilakukan pada Mahasiswa Jurusan Matematika Universitas Negeri Medan untuk menganalisis kesalahan yang sering terjadi dalam operasi Biner dan Grup. Nantinya ketika kesalahan yang telah diketahui dapat mempermudah dalam mengetahui kelemahannya dan mahasiswa dapat menjadikan hasil penelitian untuk mempelajari sebuah materi menjadi lebih baik lagi. Mahasiswa di berikan beberapa soal untuk di analisis bentuk-bentuk kesalahan yang terjadi. Kemudian diambil sampel berupa 3 orang mahasiswa. Penelitian ini dilakukan dengan metode deskriptif kualitatif sehingga data yang di analisis dengan teknik analisis data kualitatif dengan jenis deskriptif. Berdasarkan penelitian yang dilakukan maka dapat ditarik kesimpulan bahwa kesalahan konseptual dan kesalahan teknis adalah kesalahan yang sering terjadi pada mahasiswa.

Kata Kunci: *Analisis Kesalahan, Biner, Grup.*

Abstract

This analysis was carried out on Medan State University Mathematics Department Students to analyze errors that often occur in Binary and Group operations. Later, when errors are identified, it can make it easier to identify weaknesses and students can use research results to make learning material even better. Students are given several questions to analyze the forms of errors that occur. Then a sample of 3 students was taken. This research was carried out using a qualitative descriptive method so that the data was analyzed using qualitative data analysis techniques with a descriptive type. Based on the research conducted, it can be concluded that conceptual errors and technical errors are errors that often occur in students.

Keywords : *Error Analysis, Binary, Group.*

PENDAHULUAN

Sejak awal abad ke-20 studi mengenai struktur aljabar mengalami perkembangan signifikan dan melahirkan beberapa klasifikasi umum struktur aljabar seperti grup, ring, dan field (Beachy, 1996)

Para mahasiswa tentunya sudah mengenal dengan baik operasi-operasi atas suatu himpunan tertentu, seperti operasi penjumlahan, operasi pengurangan dan perkalian atas himpunan bilangan riil R . Operasi-operasi ini dikenal dengan nama operasi biner atas R . Secara intuitif suatu operasi biner atas suatu himpunan S adalah suatu aturan yang menggabungkan dua unsur dari S menjadi satu unsur dari S (Suwilo, 2007)

Misalkan S adalah suatu himpunan tak hampa, operasi biner $*$ pada himpunan S adalah suatu relasi yang memasangkan setiap pasangan berurut $(a,b) \in S \times S$ ke $c \in S$.

Misalkan p suatu operasi biner pada S , $(a,b) \in S \times S$ dengan $p(a,b) = c$ maka ditulis $a * b = c$ (Baca " a operasi $b = c$ "). Tanda operasi kadang-kadang ditulis dengan tanda $*$ (bintang); $\cdot$ Titik besar) atau $.$ (titik) (Saragih, 2014).

Teori grup merupakan salah satu bidang kajian aljabar abstrak yang mempelajari struktur himpunan. Sebuah himpunan dengan satu operasi biner dapat dinyatakan sebagai grup jika operasi biner pada himpunan tersebut memenuhi sifat asosiatif, adanya elemen identitas, dan setiap anggota grup tersebut mempunyai invers (Milne, 2013). Suatu himpunan tak hampa, operasi $*$ merupakan suatu operasi biner $\langle G, * \rangle$ dikatakan grup jika memenuhi sifat-sifat berikut:

1. $a * (b * c) = (a * b) * c, \forall a, b, c \in G$
2. $\exists e \in G \exists a * e = e * a, \forall a \in G$
3. $\forall a \in G, \exists a^{-1} \in G \exists a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$

Pengetahuan matematis yang kurang dapat menyebabkan terjadinya kesalahan peserta didik dalam mencari penyelesaian atas permasalahan matematis yang diberikan. Kesalahan matematis tersebut tidak hanya ditemukan di kalangan siswa pada jenjang sekolah, tetapi banyak terjadi pada mahasiswa pada jenjang pendidikan tinggi. Walaupun mahasiswa dipandang sebagai master dalam proses pembelajarannya sendiri (Zimmerman, 2015), namun bukan berarti bahwa mahasiswa tidak melakukan kesalahan sebagai akibat dari pengetahuan awal matematis yang kurang memadai maupun tidak seimbanginya pengetahuan konseptual dan prosedural yang diterima pada jenjang sekolah sebelumnya (Dirgantoro, 2019)

METODE

Metodologi adalah proses, prinsip, dan prosedur yang kita gunakan untuk mendekati problem dan mencari jawaban, Metode penelitian yang digunakan pada penelitian ini adalah deskriptif kualitatif. Menurut Bogdan dan Taylor yang dikutip oleh Lexy.J. Moleong, pendekatan kualitatif adalah prosedur penelitian yang menghasilkan data deskriptif berupa kata-kata tertulis atau lisan dari orang-orang dan perilaku yang diamati. Penelitian kualitatif berfokus pada fenomena sosial, pemberian suara pada perasaan dan persepsi dari partisipan di bawah studi. Subjek pada penelitian adalah Mahasiswa Jurusan Matematika di Universitas Negeri Medan. Teknik pengumpulan data melalui latihan soal yang diberikan

melalui google formulir. Mahasiswa diminta untuk mengumpulkan jawaban setelah menyelesaikan soal. Penelitian ini dilakukan pada bulan April-Mei tahun 2024.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Setelah melakukan penelitian dan menganalisis data hasil tes yang diberikan kepada mahasiswa yang dileliti, dapat diketahui bahwa sebagian mahasiswa tersebut sudah memahami materi operasi biner dan grup. Soal tes yang diujikan terdiri dari 3 soal. Soal-soal yang diberikan kepada siswa adalah sebagai berikut.

1. Buktikan bahwa U_{15} merupakan grup
2. Tentukan invers perkalian dari unsur

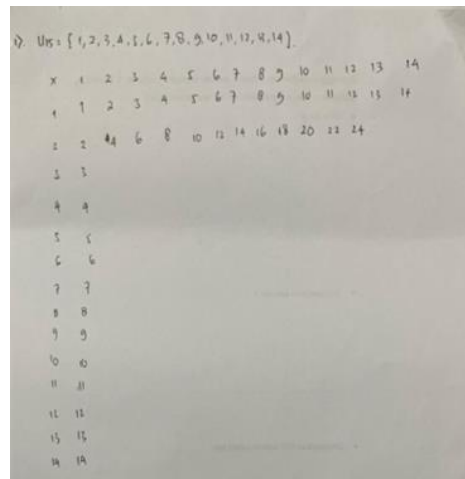
$$A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \text{ dalam } Z_{13}$$

Berikut persentase hasil dari uji soal mahasiswa pada materi operasi biner dan grup

Soal Ke-	Persentase Benar
1	75%
2	50%

Tabel berikut menunjukkan bahwa 3 pertanyaan yang dapat dijawab dengan benar oleh sebagian mahasiswa menyatakan bahwa mahasiswa tersebut menguasai, namun sebagian mahasiswa masih berjuang dalam memahami materi. Pada penelitian ini diambil sampel sebanyak 3 mahasiswa yang pertanyaan dapat dianalisis sudah memahami materi tersebut. Berikut uraian hasil mahasiswa yang menjawab pada setiap soal.

Soal 1



Q. U₁₅ = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14}

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24		
3	3													
4	4													
5	5													
6	6													
7	7													
8	8													
9	9													
10	10													
11	11													
12	12													
13	13													
14	14													

Pada soal no 1, mahasiswa tersebut melakukan kesalahan konseptual yang mana mahasiswa tersebut kurang memahami konsep yang terkandung dalam permasalahan. Jika

U15 maka anggotanya adalah 1, 2, 4, 7, 8, 11, 13, 14 sehingga sifat ketertutupan, asosiatif, identitas dan invers terpenuhi sehingga U15 adalah grup (Dra. Anggraini & Drs. Gandung Sugita, 2020).

① Buktikan bahwa U_{15} merupakan grup

Pembuktian:
Misal U_{15} merupakan grup, maka akan terpenuhi 4 syarat yaitu:

1) Sifat Ketertutupan
Kita definisikan U_{15} sebagai himpunan semua bilangan bulat positif yang relatif prima dengan 15.
 $U_{15} = \{a \in \mathbb{Z}^+ : \gcd(a, 15) = 1\}$
Misalkan $a, b \in U_{15}$ artinya $\gcd(a, 15) = \gcd(b, 15) = 1$
Maka benar bahwa $\gcd(ab, 15) = 1$
Oleh karena itu, hasil perkalian ab modulo 15 juga berada di U_{15} . TERPENUHI

2) Sifat Asosiatif
Misalkan a, b dan c bilangan positif yang relatif prima dengan 15.
 $a \times b = x \pmod{15}$, maka berlaku
 $(a \times b) \times c = x \times c \pmod{15}$ maka benar
 $a \times (b \times c) = x \times c \pmod{15}$ maka benar
TERPENUHI

3) Elemen Identitas
 $\forall a \in U_{15}$ berlaku $a \times 1 \equiv a \pmod{15}$ dan $1 \times a \equiv a \pmod{15}$ TERPENUHI

4) Elemen Invers
Setiap elemen a di U_{15} memiliki invers modulo 15.
Dengan menggunakan algoritma euclidean kita dapat peroleh $a \times a^{-1} \equiv 1 \pmod{15}$ TERPENUHI

Jadi, terbukti bahwa U_{15} merupakan grup.

Pada soal no 1 diatas mahasiswa tersebut menyelesaikan permasalahan dengan benar tetapi mahasiswa tersebut tidak menyelesaikannya dengan tabel cayley.

Soal 2

② Tentukan invers perkalian dari unsur $A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ dalam $\mathbb{Z}_{13}$

Penyelesaian:

$$A \times A^{-1} \equiv I \pmod{13}$$

$$\hookrightarrow \det A = (18 - 28) = -10$$

$$\hookrightarrow \text{Adj}(A) = \begin{bmatrix} 6 & -7 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\hookrightarrow \det \text{ invers mod } 13 \text{ dari } A$$

$$(-10 + 13 = 3)$$

$$\hookrightarrow \det \text{ invers } 3^{-1} \equiv 9 \pmod{13}$$

Maka:

$$A^{-1} = 9 \times \begin{bmatrix} 6 & -7 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \pmod{13}$$

$$= \begin{bmatrix} 54 & -63 \\ -36 & 27 \end{bmatrix} \pmod{13}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 9 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} \pmod{13}$$

Pada jawaban soal no 2, mahasiswa tersebut melakukan kesalahan konseptual yang mana mahasiswa tersebut kurang memahami konsep yang terkandung dalam masalah dan kurang mampu dalam menemukan hubungan yang terdapat dalam masalah (Jefrizal et al., 2021). Pada gambar diatas -7 dan -4 semestinya diubah terlebih dahulu menjadi 6 dan 9, sehingga menjadi $9 \times (6 \ 6 \ 9 \ 3)$ sehingga dapatlah hasil yang sesuai seperti dibawah ini.

Handwritten solution for finding the inverse of matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ in $\mathbb{Z}_{13}$. The student calculates the determinant as $18 - 28 = -10 \equiv 3 \pmod{13}$. They then find the inverse of 3 modulo 13 as 9, since $3 \times 9 = 27 \equiv 1 \pmod{13}$. The inverse matrix is calculated as $A^{-1} = 9 \begin{bmatrix} 6 & 7 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$, which simplifies to $A^{-1} = \begin{bmatrix} 54 & 54 \\ 81 & 27 \end{bmatrix}$. Finally, the student reduces the elements modulo 13 to get $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$.

2) Tentukan perkalian

$A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ dalam $\mathbb{Z}_{13}$

Pembahasan:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} = (3 \cdot 6) - (7 \cdot 4)$$
$$= 18 - 28$$
$$= -10$$
$$-10 \equiv 3 \pmod{13}$$

Invers 3 adalah $3 \times 9 = 27 \equiv 1 \pmod{13}$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} (9)$$
$$A^{-1} = 9 \begin{bmatrix} 6 & 7 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$
$$A^{-1} = 9 \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 9 & 3 \end{bmatrix}$$
$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 54 & 54 \\ 81 & 27 \end{bmatrix}$$
$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Pada soal no 2, mahasiswa tersebut melakukan kesalahan teknis yang mana mahasiswa tersebut kurang teliti dalam menyelesaikan soal yang dapat dilihat pada angka yang dilingkari. Dimana seharusnya ditulis -7 tetapi mahasiswa tersebut menulisnya dengan angka 7.

SIMPULAN

Berdasarkan analisis yang telah dilaksanakan dapat disimpulkan yaitu kesalahan yang dilakukan mahasiswa pada saat menyelesaikan soal tersebut, yaitu :

1. Kesalahan konseptual, kurangnya pemahaman konsep dan kurang mampu dalam menemukan hubungan dalam permasalahan.
2. Kesalahan teknis, kurangnya ketelitian dalam menyelesaikan permasalahan yang diberi

Sehingga untuk meminimalisir kesalahan tersebut, alternatif yang dilakukan adalah mahasiswa diharapkan memperbanyak latihan soal yang berkaitan dengan materi tersebut.

DAFTAR PUSTAKA

- Ahn, Sun Shin and Young Hee Kim. (2009) Some constructions of implicative/commutative d-algebras. *Bull. Korean Math*, Vol. 46, No. 1, hal:147–153
- Arikan, E. E., Ozkan, A., & Ozkan, E.M. (2015). Error Analysis oh Mathematics Student on Group Theroy. *An Examination in Turkey*.10(16): 2352-2361
- Beachy, J. A. (1996). *Abstract Algebra 2nd ed*. Illinois: Waveland Press.
- Dirgantoro. (2019). Analisis Kesalahan Mahasiswa PGSD dalam menyelesaikan soal statistika penelitian pendidikan ditinjau dari prosedur Newman. *ournal of Holistic Mathematics Education*, 83-96.
- Dra. Anggraini, M. S., & Drs. Gandung Sugita, M. S. (2020). *Buku Ajar Struktur Aljabar*. Deepublish. <https://books.google.co.id/books?id=ZdEOEAAAQBAJ>
- Hanifah, & Abadi, A. P. (2018). Hubungan Antara Pemahaman Konsep dan Kecemasan Menghadapi Mata Kuliah Teori Group dengan Prestasi Akademik Mahasiswa. *Jurnal Pendidikan Matematika*. 9(2): 156-163
- Jefrizal, J., Kartini, K., & Noviarni, N. (2021). Analisis Kesalahan Konseptual, Prosedural, dan Teknis Siswa pada Materi Aritmatika Sosial. *Suska Journal of Mathematics Education*, 7(2), 105. <https://doi.org/10.24014/sjme.v7i2.13593>
- Lexy J. Meleong (2007) *Metodologi Penelitian Kualitatif* .Bandung: PT. Remaja Rosdakarya,
- Milne, J. (2013). *Group Theory*. Course Notes.
- Saragih, S. (2014). *Struktur Aljabar*. Medan: LARISPA.
- Suwilo, S. (2007). *Aljabar Abstrak*. Sumatera Utara: USU Press.
- Soedjadi, R. (2000). *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia*. Jakarta: Dirjen Dikti Depdiknas.
- Suryanti, Sri (2017). “Teori Grup (Struktur Aljabar 1)”. Perpustakaan Nasional: katalog dalam terbitan (KDT). Gresik: UMG Press 2017.
- Yuniati, Suci. (2014). Analisis Kesalahan Dalam Menyelesaikan Soal Pembuktian Pada Mata Kuliah Struktur Aljabar. *Jurnal Pendidikan Matematika*. 7(2): 72-81
- Zimmerman, B. (2015). *Self-regulated learning: Theories, measures and outcomes*. International Encyclopedia of the social & behavioral science.