

Konsep Trigonometri dalam Penentuan Arah Kiblat Menggunakan *Software GNU Octave dan Protractor* (Studi Penelitian di Mushala Baitul Hilmi Al-Nahdlah Depok)

Nur Azizah

Teknologi Informasi, Universitas Bina Sarana Informatika

e-mail: azizahnur262@gmail.com

Abstrak

Trigonometri dalam ilmu matematika memiliki peran yang penting di berbagai bidang, salah satunya dalam bidang agama seperti dalam penentuan arah kiblat. Trigonometri yang dimaksud adalah perbandingan trigonometri pada segitiga bola (*spherical trigonometry*). Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menerapkan konsep *spherical trigonometry* dalam menentukan arah kiblat. Dalam hal ini, konsep dari aturan sinus cosinus pada *spherical trigonometry* yang kemudian akan diperoleh rumus untuk menentukan arah kiblat. Pada penelitian ini, beberapa informasi yang dibutuhkan dalam penentuan arah kiblat diantaranya koordinat titik tempat salat, koordinat titik Ka'bah dan titik yang menunjukkan Kutub Utara. Setiap nilai atau informasi yang diketahui akan disimulasikan dengan *software GNU Octave* untuk mengetahui sudut arah kiblat dan *software Protractor* untuk membuat penanda arah kiblat pada tempat salat.

Kata kunci: *Spherical Trigonometry, Arah Kiblat, GNU Octave, Protractor*

Abstract

Trigonometry in mathematics has an important role in various fields, one of which is in the field of religion, such as in determining the direction of the Qibla. The trigonometry in question is the trigonometric comparison of spherical triangles (*spherical trigonometry*). The aim of this research is to apply the concept of spherical trigonometry in determining the direction of the Qibla. In this case, the concept of the sine cosine rule in spherical trigonometry is used to obtain a formula to determine the direction of the Qibla. In this research, some of the information needed to determine the Qibla direction includes the coordinates of the prayer point, the coordinates of the Kaaba point and the point indicating the North Pole. Every known value or information will be simulated with GNU Octave software to determine the Qibla direction angle and Protractor software to create Qibla direction markers at prayer places.

Keywords : *Spherical Trigonometry, Qibla Direction, GNU Octave, Protractor.*

PENDAHULUAN

Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI), "Matematika merupakan salah satu cabang ilmu pengetahuan tentang bilangan, hubungan antara bilangan, dan prosedur operasional yang digunakan dalam penyelesaian masalah mengenai bilangan". Masalah-masalah yang dapat diselesaikan dengan matematika meliputi banyak bidang, diantaranya berkaitan dengan masalah perhitungan ekonomi, sosial, hukum dan juga agama. Catatan Najib Iqom El Hikam yang berjudul Konsep Matematika dalam Kehidupan Beragama di Indonesia, menyatakan bahwa matematika sendiri diakui memiliki banyak konsep di dalamnya juga berguna untuk kehidupan, bahkan kehidupan pun membutuhkan ilmu matematika. (Hikam, et al., 2021)

Konsep matematika dapat membantu mempermudah dalam menyelesaikan berbagai permasalahan agama khususnya agama Islam, seperti penentuan waktu salat, awal *ramadhan*, awal tahun, bahkan menentukan arah kiblat yang akurat juga memerlukan

matematika. Keakuratan dalam menentukan arah kiblat ini sangat penting, karena menghadap kiblat merupakan syarat yang harus dipenuhi oleh setiap orang yang akan salat (Rojak, 2020). Sehingga dalam penentuannya harus dilakukan perhitungan yang baik dan benar.

Dalam praktiknya masjid-masjid yang sudah dibangun ada yang dilakukan pengukuran arah kiblat menggunakan keilmuan yang tepat, seperti menggunakan *pedoman*, Kompas, bencet, *rashdul kiblat*, *theodolite*, dan lain sebagainya. Perkembangan jaman yang semakin digital, penentuan arah kiblat juga mengacu pada ilmu pengetahuan dan teknologi yang berkembang, seperti penggunaan aplikasi yang berbasis teknologi, seperti *smartphone*, tablet, peranti pembaca buku elektronik, *netbook*, TV internet (Imroni, 2021), dan juga beberapa *software* matematika salah satunya adalah aplikasi *GNU Octave*.

Dalam membantu mengukur besarnya sudut arah kiblat dalam penelitian ini memerlukan bantuan busur digital yang dapat diunduh dari *playstore* yaitu *Protractor*. Sedangkan *software GNU Octave* adalah perangkat lunak yang dirancang untuk komputasi ilmiah, hal ini dimaksudkan untuk memecahkan masalah-masalah yang bersifat numerik. Kemampuan *GNU Octave* ini untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dan bekerja dengan matriks dan vektor, misalnya dalam penggunaan kalkulus vektor untuk memplot bidang vektor, kurva ruang dan permukaan tiga dimensi (Lachinet, 2018).

Berdasarkan uraian di atas, maka dalam penelitian ini peneliti menerapkan konsep trigonometri dalam penentuan arah kiblat di Mushalla Baitul Hilmi, Pondok Petir Bojongsari Kota Depok dengan bantuan *software GNU Octave* dan *Protractor*.

METODE

Metode penelitian pada penelitian ini merupakan langkah-langkah penyelesaian permasalahan penentuan arah kiblat di Mushalla Baitul Hilmi Pondok Petir Bojongsari Kota Depok. Dalam menentukan arah kiblat, membutuhkan konsep *Spherical Trigonometry* yang kemudian dengan menggunakan aturan sinus cosinusnya akan diperoleh rumus penentuan arah kiblat. Rumus yang diperoleh untuk menentukan arah kiblat disimulasikan menggunakan *software GNU Octave*. Kemudian setelah diperoleh sudut arah kiblatnya, maka dilakukan pembuatan petunjuk arah kiblat pada tempat salat yang dalam penelitian ini di Mushalla Baitul Hilmi Pondok Petir Bojongsari Kota Depok dengan menggunakan *Protractor*.

HASIL DAN PEMBAHASAN

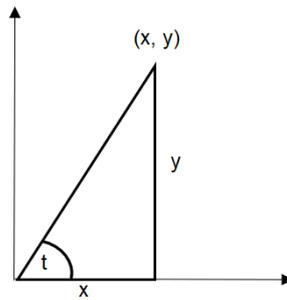
Trigonometri

Trigonometri (dari bahasa Yunani, "*trigon*" yang berarti tiga sudut dan "*metro*" yang berarti mengukur) adalah sebuah cabang matematika yang berhadapan dengan sudut segitiga dan fungsi trigonometri seperti sinus, cosinus, dan tangen (Suwiyadi, 2020). Konsep dari trigonometri adalah konsep kesebangunan segitiga siku-siku. Sisi-sisi yang bersesuaian pada dua bangun datar yang sebangun memiliki perbandingan yang sama.

Beberapa hal yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah terkait perbandingan trigonometri, aturan sinus dan aturan cosinus, serta identitas trigonometri, sebagai berikut:

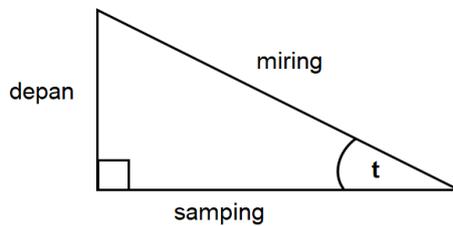
1. Perbandingan trigonometri

Diberikan segitiga siku-siku dengan panjang sisi tegaknya adalah y dan panjang sisi mendatarnya adalah x yang ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Segitiga siku-siku pada koordinat Cartesius

Berdasarkan Gambar 1, dapat didefinisikan bahwa fungsi trigonometri dalam bentuk sudut t dan panjang sisi-sisi segitiga. Sisi samping adalah sisi yang paling dekat dengan sudut t , yaitu sisi x . Sisi depan adalah sisi yang berhadapan dengan sudut t , yaitu sisi y . Sisi miring adalah sisi segitiga yang berhadapan dengan sudut siku-siku. Sisi-sisi tersebut dapat dinyatakan pada Gambar 2.



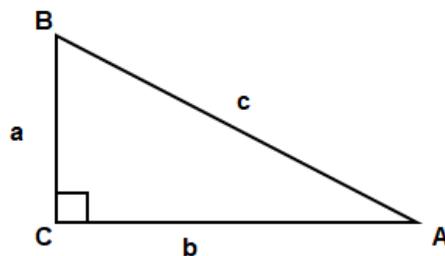
Gambar 2. Sisi segitiga siku-siku terhadap sudut t

$$\sin t = \frac{\text{depan}}{\text{miring}} \quad (1)$$

$$\cos t = \frac{\text{samping}}{\text{miring}} \quad (2)$$

$$\tan t = \frac{\text{depan}}{\text{samping}} \quad (3)$$

Sehingga untuk



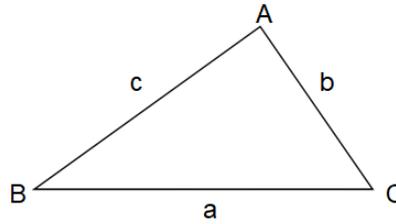
Gambar 3. Segitiga siku-siku ABC

berlaku :

Sudut A		Sudut B	
$\sin A = \frac{a}{c}$	$\cot A = \frac{b}{a}$	$\sin B = \frac{b}{c}$	$\cot B = \frac{a}{b}$
$\cos A = \frac{b}{c}$	$\sec A = \frac{c}{b}$	$\cos B = \frac{a}{c}$	$\sec B = \frac{c}{a}$
$\tan A = \frac{a}{b}$	$\csc A = \frac{c}{a}$	$\tan B = \frac{b}{a}$	$\csc B = \frac{c}{b}$

2. Aturan Sinus dan Aturan Cosinus

Aturan sinus (*Sinus Rule*) adalah bentuk persamaan yang menghubungkan antara panjang sisi segitiga dengan nilai sinus suatu sudut yang ada di hadapan sisi tersebut dalam bentuk perbandingan (Ananda, 2021).



Gambar 4. Segitiga ABC sembarang

Bentuk umum dari aturan sinus adalah:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad (4)$$

Sedangkan aturan cosinus (*Cosinus Rule*) adalah sebuah persamaan dalam segitiga sembarang yang biasa juga digunakan untuk panjang sisi segitiga di depan suatu sudut dengan memanfaatkan dua sisi segitiga beserta nilai kosinus sudut yang diapit oleh kedua sisi tersebut.

Bentuk umum dari aturan kosinus adalah:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A \quad (4)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos B \quad (5)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos C \quad (6)$$

atau

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c} \quad (7)$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c} \quad (8)$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b} \quad (9)$$

3. Identitas Trigonometri

Fungsi-fungsi trigonometri bisa berelasi dengan fungsi-fungsi trigonometri lainnya dan membentuk persamaan. Persamaan ini disebut dengan identitas trigonometri (Kristanto dan Santoso, 2023). Identitas trigonometri digunakan untuk menyederhanakan persamaan trigonometri.

Identitas adalah suatu relasi atau kalimat terbuka yang bernilai benar untuk setiap penggantian nilai variabelnya dengan anggota domain, jika variabelnya termuat dalam fungsi trigonometri, maka identitasnya merupakan identitas trigonometri. Rumus-rumus identitas dalam trigonometri ini adalah rumus-rumus yang menghubungkan $\sin A$, $\cos A$, dan $\tan A$ sebagai berikut (Afriyanti, 2008):

$$\cos^2 A + \sin^2 A = 1 \quad (10)$$

$$\tan^2 A + 1 = \sec^2 A \quad (11)$$

Arah Kiblat

Menurut Al Manawi dalam kitabnya *at Taufiq Ala Muhimmat at Ta'arif* seperti yang dikutip dalam buku "Pedoman Hisab Muhammadiyah" menguraikan bahwa kiblat adalah segala sesuatu yang ditempatkan di muka atau sesuatu yang kita menghadap kepadanya. Sehingga secara harfiah kiblat mempunyai pengertian arah ke mana orang menghadap (Vivit, 2021).

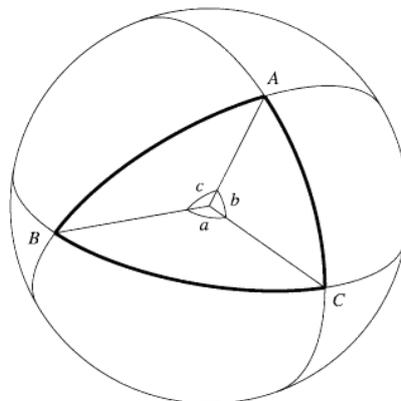
Sedangkan pendefinisian arah kiblat menurut ilmu hisab adalah arah dari suatu tempat ke tempat lain di permukaan bumi ditunjukkan oleh busur lingkaran terpendek yang melalui atau menghubungkan kedua tempat tersebut. Dengan kata lain adalah jarak terdekat sepanjang lingkaran besar yang melewati Ka'bah (Makkah) dengan tempat yang bersangkutan (Slamet, 2010).

Spherical Trigonometry

Spherical trigonometry atau dikenal dengan istilah segitiga bola (trigonometri bola) yang sejauh ini digunakan guna menghitung arah kiblat yaitu teori ukur sudut bidang datar yang diaplikasikan pada permukaan yang berbentuk bola layaknya bumi (Mustaqim, 2021).

Menurut U Sadykov, *spherical trigonometry* pertama kali ditemukan oleh seorang ilmuan muslim yaitu al-Biruni. Dengan mengelaborasi rumus matematika, al-Biruni menggunakan kaidah teori trigonometri khusus, yang kemudian dijadikan embrio dari geometri segitiga bola. Al-Biruni lebih banyak mempelajari karya-karya dari astronom muslim sebelumnya, terutama al-Battani dan al-Khawarizmi (Izzudin, 2012).

Spherical Trigonometry bukan hanya sembarang bangun data bersudut tiga yang terletak di atas bola. Sisi-sisinya harus berupa busur lingkaran besar. Segitiga bola ABC pada Gambar 5. Mempunyai busur AB , BC dan AC sebagai sisi-sisinya, yang kemudian sisi AB , BC dan AC dinotasikan dengan a , b , dan c (Hannu, et al., 2007).



Gambar 5. Segitiga bola

Dalam penentuan besar sudut A , B , dan C terdapat beberapa rumus dasar *spherical trigonometry* antara lain:

1. Aturan Sinus

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C} \quad (12)$$

2. Aturan Cosinus

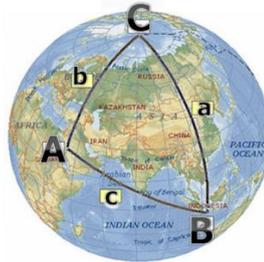
$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C \quad (13)$$

$$\cos b = \cos a \cos c + \sin a \sin c \cos B \quad (14)$$

Spherical Trigonometry dalam Menentukan Arah Kiblat

Di Indonesia, dalam menentukan arah kiblat pada dasarnya tidak sesederhana menyebutkan arah Barat. Makkah yang di dalamnya terdapat Ka'bah dapat diketahui dari

setiap titik di permukaan bumi yang ditentukan oleh dua komponen yaitu garis lintang (φ) dan garis bujur (λ). Pada penentuan arah kiblat, ada tiga titik koordinat yang perlu diketahui yaitu; titik koordinat Ka'bah, titik koordinat tempat salat, dan titik koordinat Kutub Utara Bumi. Jika ketiga titik koordinat tersebut digabungkan, maka akan membentuk garis lengkung pada lingkaran besar yang disebut sebagai segitiga bola, yang diilustrasikan pada Gambar 6.



Gambar 6. Segitiga bola pada permukaan bumi

sumber : <https://aliboron.wordpress.com/2013/05/14/hisab-arah-kiblat-3/>

Berdasarkan Gambar 6, dapat diambil sebuah segitiga ABC , dengan titik A adalah titik koordinat Ka'bah, titik B adalah titik koordinat tempat salat, dan titik C adalah titik koordinat Kutub Utara Bumi. Kemudian garis melengkung a merupakan busur lingkaran yang diperoleh dari besar sudut 90° dikurangi lintang tempat salat (φ_B), garis melengkung b merupakan busur lingkaran yang diperoleh dari besar sudut 90° dikurangi lintang Ka'bah (φ_A). Dalam menentukan arah kiblat, maka sudut B harus diketahui terlebih dahulu, kemudian untuk menentukan sudut tersebut, dapat ditentukan dengan menggabungkan persamaan (13) dan (14) sebagai berikut :

$$\cos b = \cos a [\cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C] + \sin a \sin c \cos B \quad (15)$$

dengan memperhatikan persamaan (12) maka untuk $\sin c$ pada persamaan (15) dapat disubstitusikan dengan menyelesaikan perbandingan berikut :

$$\frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}$$

$$\sin c = \frac{\sin C \sin b}{\sin B} \quad (16)$$

Selanjutnya dengan mensubstitusikan persamaan (16) ke persamaan (15) diperoleh :

$$\cos b = \cos a [\cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C] + \sin a \frac{\sin C \sin b}{\sin B} \cos B \quad (17)$$

Kemudian untuk menentukan besar sudut B maka

$$\cos b = \cos a [\cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C] + \sin a \sin C \sin b \cot B$$

$$\cos b - \cos a [\cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C] = \sin a \sin C \sin b \cot B$$

$$\sin a \sin C \sin b \cot B = \cos b - \cos a [\cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C]$$

$$\cot B = \frac{\cos b - \cos a [\cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C]}{\sin a \sin C \sin b}$$

$$\cot B = \frac{\cos b}{\sin a \sin C \sin b} - \frac{\cos a \cos a \cos b}{\sin a \sin C \sin b} - \frac{\cos a \sin a \sin b \cos C}{\sin a \sin C \sin b}$$

$$\cot B = \frac{\cos b (1 - \cos^2 a)}{\sin a \sin b \sin C} - \cos a \cot C \quad (18)$$

Berdasarkan identitas trigonometri yang ditunjukkan pada persamaan (10) maka $1 - \cos^2 a = \sin^2 a$, oleh karena itu mengakibatkan persamaan (18) menjadi :

$$\cot B = \frac{\cos b \sin^2 a}{\sin a \sin b \sin C} - \cos a \cot C \quad (19)$$

Dengan menyederhanakan $\frac{\cos b \sin^2 a}{\sin a \sin b \sin C}$ diperoleh rumus untuk menentukan arah kiblat sebagai berikut:

$$\cot B = \frac{\cos b \sin a}{\sin b \sin C} - \cos a \cot C \quad (19)$$

Dimana,

$$a = 90^\circ - (\varphi_A)$$

$$b = 90^\circ - (\varphi_B)$$

$$C = |\lambda_B - \lambda_A|$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Untuk melakukan simulasi penentuan arah kiblat, data yang dibutuhkan adalah sebagai berikut:

Koordinat Tempat			Konversi ke derajat (°)
B (titik koordinat Mushala Baitul Hilmi)	Lintang (φ_B)	6°22'27,3''LS	-6,37426
	Bujur (λ_B)	106°43'33,7''BT	106,726
A (titik koordniat Ka'bah)	Lintang (φ_A)	21°25'25''LU	21,417
	Bujur (λ_A)	39°49'39''BT	39,833

Keterangan :

- Tanda negatif (-) pada lintang menandakan bahwa lokasi atau tempat berada pada lintang Selatan sedangkan tanda positif (+) maka tempat berada pada lintang Utara.
- Tanda negatif (-) pada bujur menandakan bahwa lokasi atau tempat berada pada bujur Barat sedangkan tanda positif (+) maka tempat berada pada bujur Timur.

Sebelum dilakukan simulasi pada *software GNU Octave*, terdapat beberapa hal yang harus dipahami terlebih dahulu terkait dengan aturan penentuan arah kiblat, yaitu:

1. Jika lintang tempat salat berada di Selatan lintang Ka'bah, maka sudut diukur dari arah Utara.
2. Jika lintang tempat salat berada di Utara lintang Ka'bah, maka sudut diukur dari arah Selatan.
3. Jika bujur tempat salat berada di Timur bujur Ka'bah, maka sudut diukur ke arah Barat.
4. Jika bujur tempat salat berada di Barat bujur Ka'bah, maka sudut diukur ke arah Timur.

Setelah mengetahui aturan penentuan arah kiblat, maka data-data tersebut dimasukkan ke dalam rumus menentukan arah kiblat pada persamaan (19), kemudian disimulasikan dengan *software GNU Octave*, sehingga diperoleh hasil *output* seperti pada Gambar 7.

```
gnu.octave.9.1.0
arah_kiblat
Menentukan arah kiblat dari tempat kita sholat

Catatan :
Lintang Utara dan Bujur Timur gunakan tanda (+),
Lintang Selatan dan Bujur Barat gunakan tanda (-)

Masukkan Koordinat Tempat Sholat!

Lintang Tempat =
-6.37426
Bujur Tempat =
106.726

Sholat menghadap ke Barat serong ke Utara

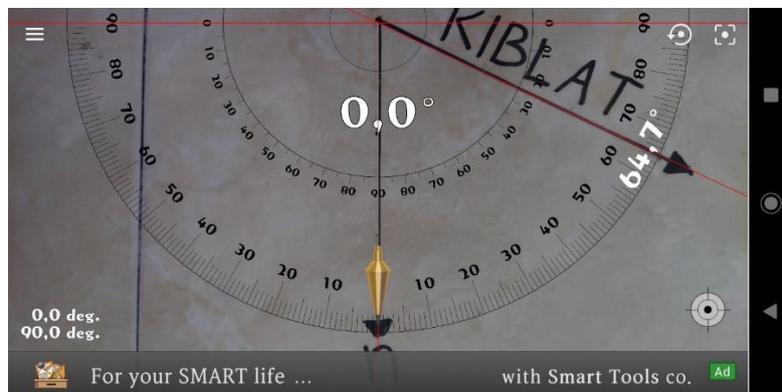
Kemudian sudut diukur dari Utara ke Barat sebesar 64.7711 derajat
>>
```

Gambar 7. Output simulasi penentuan arah kiblat dengan GNU Octave

Berdasarkan simulasi di atas diperoleh sudut arah kiblatnya adalah $64,7711^\circ$ yang sudut tersebut diukur dari arah Utara ke arah Barat, dikarenakan lintang Mushalla Baitul Hilmi berada di Selatan lintang Ka'bah, maka sudut tempat salat diukur dari arah Utara, kemudian dikarenakan bujur Musalla Baitul Hilmi berada di Timur bujur Ka'bah, maka sudut tempat salat diukur ke arah Barat.

Setelah melakukan simulai dengan *software GNU Octave*, maka selanjutnya menentukan tanda arah kiblat di Mushalla Baitul Hilmi menggunakan bantuan *software Protractor* dan juga kompas, adapun langkah-langkahnya sebagai berikut:

1. Menentukan arah Utara dengan kompas
2. Membuat garis lurus yang menunjukkan arah Utara
3. Mengatur besar sudut $64,7711^\circ$ pada *software Protractor*, sudut tersebut dibentuk dari garis yang mengarah ke Utara dengan membuat garis baru yang kemudian garis tersebut menjadi penanda arah kiblat. Sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 8.



Gambar 8. Pembuatan penanda arah kiblat menggunakan software Protractor

Berdasarkan Gambar 8, dapat diketahui bahwa di Mushalla Baitul Hilmi arah kiblatnya menghadap ke arah Barat sedikit serong ke Utara.

SIMPULAN

Dalam menentukan arah kiblat, konsep *spherical trigonometry* dalam ilmu matematika memiliki peran penting. Aturan sinus dan cosinus pada *spherical trigonometry* dikolaborasikan dengan bantuan *software GNU Octave*, yang dimana *output* dari simulasi tersebut dapat menunjukkan arah kiblat tempat salat, yang kemudian petunjuk arah kiblat pada tempat salat dapat ditentukan dengan bantuan *software Protractor*. Pada penelitian ini, dalam menentukan arah kiblat di Musalla Baitul Hilmi diperoleh hasil bahwa, arah kiblat

tempat salat menghadap ke arah Barat sedikit serong ke Utara dengan besar sudut arah kiblat diukur dari arah Utara ke Barat sebesar $64,7711^\circ$.

DAFTAR PUSTAKA

- Afriyanti, Dini. 2008. *MATEMATIKA Kelompok Teknologi, Kesehatan dan Pertanian untuk Sekolah Menengah Kejuruan*. Bandung: Grafindo Media Pratama.
- Ahmad, Izzudin. 2012. *Kajian terhadap Metode-Metode Penentuan Arah Kiblat dan Akurasinya*. Jakarta Pusat: Kementerian Agama RI.
- Ananda, N.B., dkk. 2021. *Modul Workshop Pembelajaran Matematika 2*. Pekalongan: PT Nasya Expanding Management.
- Hannu, K., dkk. 2007. *Fundamental Astronomy*. New York: Springer Berlin Heidelberg.
- Hikam, N.I.E., dkk. 2021. *30 Karya Esai Matematika dalam Kehidupan*. Bogor: Guepedia
- Imroni, M.A. 2021. *DIGITALISASI ILMU FALAK Dalam Teori dan Praktik*. Semarang: Alinea Media Dipantara.
- Kristanto, Y.D., Santoso, E.B. 2023. *Aljabar dan Trigonometri*. Yogyakarta: Sanata Dharma University Press.
- Lachniet, Jason. 2018. *Introduction to GNU Octave*. English: Lulu.
- Mustaqim, R.A. 2021. *ILMU FALAK*. Banda Aceh: Syiah Kuala University Press.
- Rojak, E.A. 2020. *ILMU FALAK: Hisab Pendekatan Microsoft Excel*. Jakarta: KENCANA.
- Slamet, Hambali. 2010. *Arah Kiblat dalam Perspektif Nahdlatul Ulama*. makalah disampaikan pada Seminar Nasional Menggugat Fatwa Majelis Ulama Indonesia Nomor 03 Tahun 2010 tentang Arah Kiblat tanggal 27 Mei 2020.
- Suwiyadi. 2020. *Matematika Terapan 2 Segitiga Bola*. Semarang: PIP Semarang.
- Vivit, Fitriyanti. 2021. *Pengantar Ilmu Falak: dalam Teori Praktek Panduan Lengkap Hisab Arah Kiblat, Hisab Waktu Solat, Hisab Awal Bulan Qomariyah dan Hisab Gerhana*. Palembang: Bening Media Publishing.