ISSN: 2614-6754 (print)
ISSN: 2614-3097(online)
Halaman 114580-114582
Volume 5 Nomor 3 Tahun 2021

Suku ke-n Aritmatika Tingkat Dua, Tiga, dan Empat dengan Pendekatan Akar Karakteristik

Nurhaleni

Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Pahlawan Tuanku Tambusai
e-mail: nurhaleni898@gmail.com

Abstrak

Aritmetika (kadang salah dieja sebagai aritmatika, berasal dari bahasa Yunani *αριθμός* - *arithmos* = angka) atau dulu disebut ilmu hitung merupakan cabang (atau pendahulu) matematika yang mempelajari *operasi* dasar bilangan. Oleh orang awam, kata "aritmetika" sering dianggap sebagai sinonim dari teori bilangan. Silakan lihat angka untuk mengetahui lebih dalam tentang teori bilangan. Prasejarah aritmetika terbatas pada sejumlah kecil artefak, yang dapat menunjukkan konsep penjumlahan dan pengurangan, yang paling terkenal adalah tulang Ishango dari Afrika Tengah, berasal dari suatu tempat antara 20.000 dan 18,000 SM, meskipun interpretasinya diperdebatkan.

Kata kunci: *Suku ke-n Aritmatika Tingkat Dua, Tiga, dan Empat*

Abstract

Arithmetic (sometimes misspelled as arithmetic, derived from the Greek αριθμός - arithmos = number) or previously called arithmetic is a branch (or precursor) of mathematics that studies the basic operations on numbers. By lay people, the word "arithmetic" is often considered a synonym for number theory. Please see numbers for a deeper understanding of number theory. The prehistory of arithmetic is limited to a small number of artifacts, which can demonstrate the concepts of addition and subtraction, the most famous of which is the Ishango bone from Central Africa, dating to somewhere between 20,000 and 18,000 BC, although its interpretation is disputed.

Keywords: *Arithmetic Level Two, Three, and Four*

PENDAHULUAN

Barisan aritmetika merupakan salah satu dari barisan bilangan yang menjadi salah satu materi pokok di dalam kurikulum matematika sekolah khsusnya di sekolah menengah. Sebagi ciri utama dari barisan ini adalah setiap suku yang berurutan memiliki selisih atau beda yang sama. Pokok kajian substansi materi ini adalah (1) menentukan beda, (2) menentukan suku ke-n dan (3) menghitung jumlah n buah suku berurutan. Jika ruang lingkup substansi materi barisan ini hanya dibatasi pada tiga hal di atas, maka sering dirasakan belum cukup untuk mengembangkan kemampuan penalaran matematika dalam menyelesaikan masalah yang terkait.

Sebagian besar mereka yang pernah mempelajari barisan aritmetika berpendapat bahwa (a_n) = (2, 3, 7, 14, 24, 37, …) bukan merupakan barisan aritmetika. Alasan 2 yang dikemukakan adalah barisan ini tidak memenuhi syarat sebagai barisan aritmetika sebab suku-suku yang berurutan pada barisan ini semuanya berbeda. Untuk memenuhi kebutuhan dalam pengembangan pemahaman terhadap substansi materi barisan aritmetika, kajian ini memberikan uraian tentang barisan aritmetika tingkat tinggi. Sebagai kajian awal uraian hanya dibatasi pada barisan aritmetika tingkat dua, tingkat tiga dan tingkat empat.

METODE

Penulisan manggunakan metode studi kepustakaan dan konsultai kepada dosen pembimbing serta dosen pengampuh yang bersangkutan untuk memudahkan penulis dalam menyelesaikan permasalahan dalam makalah ini.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Secara umum barisan bilangan dapat dinyatakan sebagai (a_n) = (a_1 ,a_2 , a_3 , a_4 ,a_5 ,...,a_n). Dalam hal ini (a_n) nama barisan bilangan, a_1 suku pertama, a_2 suku kedua, a_3 suku ketiga dan seterusnya a_n adalah suku ke-n. Beda dari dua suku yang berutan adalah selisih dari suku sesudahnya dan suku sebelumnya, seperti $a_2 - a_1$, $a_3 - a_2$, $a_4 - a_3$, $a_5 - a_4$ dan seterusnya $a_n - a_{n-1}$. (*Syarat Atau Nilai Awal*, n.d.)

Misalkan suatu barisan (a_n) = (2, 3, 7, 14, 24, 37, …). Selisih masing-masing suku yang berurutan dari barisan ini berturut-turut sebagai berikut:

$a_2 - a_1 = 3 - 1 = 1$
$a_3 - a_2 = 7 - 3 = 4$
$a_4 - a_3 = 14 - 7 = 7$
$a_5 - a_4 = 24 - 14 = 10$
$a_6 - a_5 = 37 - 24 = 13$ dan seterusnya

Jika diperhatikan bilangan-bilangan sebagai beda dari setiap suku berurutan pada barisan (a_n), maka diperoleh barisan (b_n) = (1, 4, 7, 10, 13, …). Sekarang ditemukan bahwa barisan (b_n) adalah barisan aritmetika karena setiap dua suku yang berurutan memiliki beda yang sama yakni k = 3.

Rumus suku ke-n dari barisan aritmetika tingkat dua didasarkan pada pola tersebut, jika diselesaikan secara rekursif, maka diperlukan nilai awal 3 dan a_1, a_2, a_3 (disebut tiga nilai awal atau syarat awal). Secara rekursif dengan metode akar karakteristik beberapa hal yang perlu diperhatikan adalah : Hal-hal yang dirangkum tentang relasi rekursif dari Budayasa (2010) adalah sebagai berikut :

Untuk $a_n + c_1a_{n-1} + c_2a_{n-2} + c_3a_{n-3} + ... + c_na_{n-k} = 0$

1. Misalkan $a_n = x^n$, $x \neq 0$;
2. Substitusikan a_i dengan x^i , $i \in \{n, n-1, n-2,\dots,n-k\}$, sedemikian sehingga diperoleh bagian rekursif;
3. Lakukan pembagian dengan x^{n-k} , sedemikian sehingga diperoleh persamaan $x^k + c_1x^{k-1} + c_2x^{k-2} + \dots + c_k = 0$ yang disebut persamaan karakteristik dari relasi rekursif yang ini memiliki k buah akar;
4. Dapatkan solusi umum relasi rekursif tersebut Sejalan dengan pendapat di atas, Sugirman (204, 117) mengemukakan pada relasi homogen berorder dua secara umum dinyatakan : $C_na_n + C_{n-1}a_{n-1} + C_{n-2}a_{n-2} = 0$; $n \geq 2$.

SIMPULAN

1. Pola umum suku ke-n dari suatu barisan aritmetika tingkat dua :
   $a_n = 3a_{n-1} - 3a_{n-2} + a_{n-3}$ dengan syarat atau nilai awal a_1 , a_2 dan a_3 . Berdasarkan pola umum diperoleh solusi umum pola barisan aritmetika tingkat dua $a_n = c_1 + c_2n + c_3n^2$. Rumus suku ke-n dari suatu barisan aritmetika tingkat dua ditentukan oleh c_1 , c_2 dan c_3 melalui substitusi suku pertama, kedua, dan ketiga ke pola umum (a_n) .
2. Pola umum suku ke-n dari suatu barisan aritmetika tingkat tiga :
   $a_n = 4a_{n-1} - 6a_{n-2} + 4a_{n-3} - a_{n-4}$ dengan syarat atau nilai awal a_1 , a_2 , a_3 dan a_4 Berdasarkan pola umum diperoleh solusi umum pola barisan aritmetika tingkat tiga $a_n = c_1 + nc_2 + n^2c_3 + n^3c_4$. Rumus suku ke-n dari suatu barisan aritmetika tingkat tiga ditentukan oleh c_1 , c_2 , c_3 dan c_4 melalui substitusi suku pertama, kedua, ketiga dan keempat kedalam pola umum (a_n).
3. Pola umum suku ke-n dari suatu barisan aritmetika tingkat empat :
   $a_n = 5a_{n-1} - 10a_{n-2} + 10a_{n-3} - 5a_{n-4} + a_{n-5}$. Berdasarkan pola umum diperoleh solusi umum pola barisan aritmetika tingkat empat $a_n = c_1 + c_2n + c_3n^2 + c_4n^3 + c_5n^4$. Rumus

suku ke-n dari suatu barisan aritmetika tingkat empat ditentukan oleh c_1 , c_2 , c_3 , c_4 dan c_5 melalui substitusi suku pertama, kedua, ketiga dan keempat kedalam pola umum (a_n).

SARAN

Penulis menyarankan kepada pembaca, selanjutnya bagi yang berminat dengan materi ini sekiranya dapat melanjutkan dengan lanjutan yaitu :

1. Kajian masih dapat dilanjutkan sampai dengan menemukan rumus suku ken dari barisan aritmetika tingkat lima, tingkat enam sampai dengan tingkat ke-n.
2. Diharapkan mengembangkan barisan ini dengan menggunakan pendekatan selain pendekatan relasi rekursif dengan metode akar karakteristik.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada pembimbing dan penguji yang telah memberikan ilmu dan masukan sehingga artikel ini dapat diselesaikan dengan baik.

DAFTAR PUSTAKA

Azrida, Y., & Gemawati, S. (2015). *Menentukan Suku Ke-N Barisan Bertingkat*. *1*(2), 45–53.

Dhoruri, A. (2009). *Barisan Aritmetika dan deret aritmetika*. 1–14.

Syarat Atau Nilai Awal. (n.d.). *1*, 1–19.